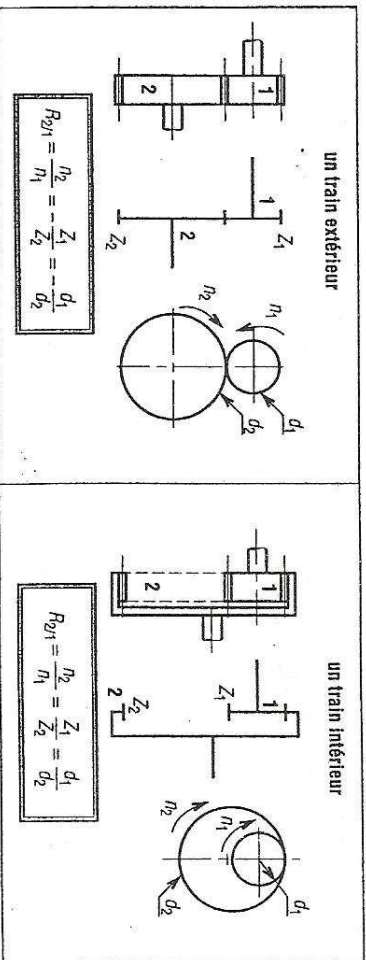


VI) Etude des trains classiques

1. Trains à un engrenage



2. Train à un engrenage : deux roues extérieures et cas d'une roue intérieure.

Il y a un couple de roues, le rapport de transmission ($R_{2/1}$) est égal au rapport inverse des nombres de dents. Le signe moins (cas de roues extérieures) indique une inversion du sens de rotation entre l'entrée et la sortie.

Exemple 1 : $n_1 = 1\ 500$ tr/min, $Z_1 = 15$, $Z_2 = 30$ dents, dentures droites extérieures.

$$R_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = -\frac{Z_1}{Z_2} = -\frac{15}{30} = -0,5$$

$$n_2 = n_1 \cdot R_{2/1} = 1\ 500 \cdot (-0,5) = -750 \text{ tr/min}$$

2. Trains à deux engrenages

Il y a deux couples de roues en série. Le rapport de transmission est égal au produit des rapports de transmission de chacun des deux couples de roues.

Exemple 2 : ajoutons en série le couple de roues extérieures $Z_3 = 17$ et $Z_4 = 51$ dents au train de l'exemple 1.

En remarquant que $n_1 = n_2 = n_3$:

$$R_{4/1} = \frac{n_4}{n_1} = \frac{n_4}{n_1} = \frac{n_4}{n_3} \cdot \frac{n_2}{n_1}$$

$$= \left[\frac{Z_3}{Z_4} \right] \cdot \left[\frac{Z_1}{Z_2} \right]$$

$$= \frac{Z_3 \cdot Z_1}{Z_4 \cdot Z_2} = \frac{17 \times 15}{51 \times 30}$$

$$= \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

$$n_4 = n_1 \cdot R_{4/1} = 1\ 500/6 = 250 \text{ tr/min}$$

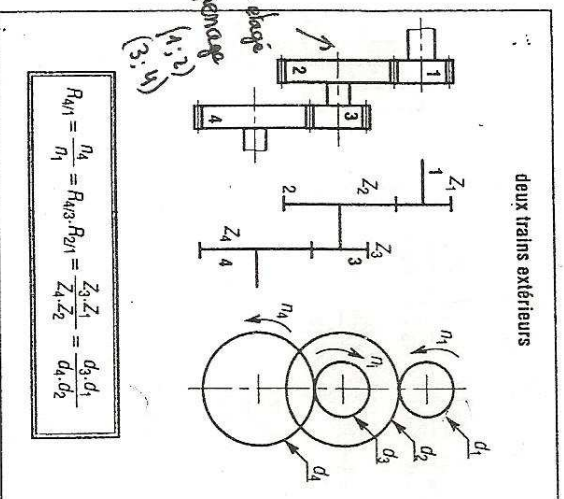
Remarque : $R_{4/1} = R_{4/3} \cdot R_{2/1} = (-Z_3/Z_4) \cdot (-1/2) = (-1/2) \cdot (-1/3) = 1/6$

3. Trains à deux engrenages plus roue d'inversion

Si on intercale une roue supplémentaire 5, entre 3 et 4, au train du paragraphe précédent, la roue introduite modifie le sens de rotation final sans modifier le rapport global de la transmission.

Le nombre de dents de la roue d'inversion n'a aucune importance.

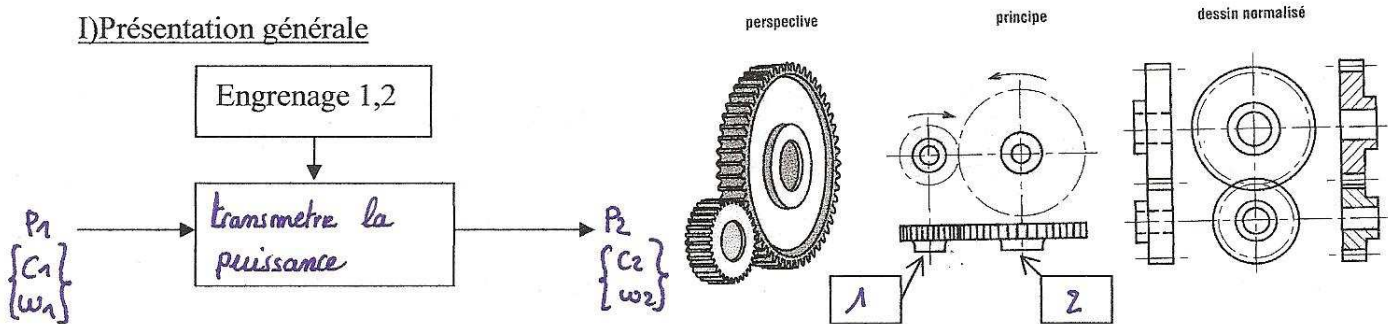
Remarque : cette roue peut aussi être intercalée entre 1 et 2 (même résultat).



3. Train à deux engrenages.

TRANSMISSION DE PUISSANCE - ENGRENAGES

I) Présentation générale



Un engrenage est un couple de roues dentées qui permet la transmission de puissance sur des arbres parallèles ou non avec des modifications de mouvement :

mouvement : changer la vitesse, ou sens de rotation

Quelques définitions :

Puissance mécanique de rotation : $P = C \omega$

P : puissance de rotation en W.

C : couple Nm ; ω = vitesse angulaire de rotation rad.s.

Rendement : $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_2 \omega_2}{C_1 \omega_1}$ $\eta \leq 1$.

Rapport de réduction ou de vitesses : $|R| = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{N_2}{N_1}$

$|R| > 1$: $N_2 > N_1$: Multiplicateur de vitesse.

$|R| < 1$: $N_2 < N_1$: Réducteur de vitesse

Vocabulaire :

Différence entre roue et pignon : $\phi_{\text{roue}} > \phi_{\text{pignon}}$

Qu'est-ce qu'un train d'engrenages ? plusieurs engrenages.



II) Classification :

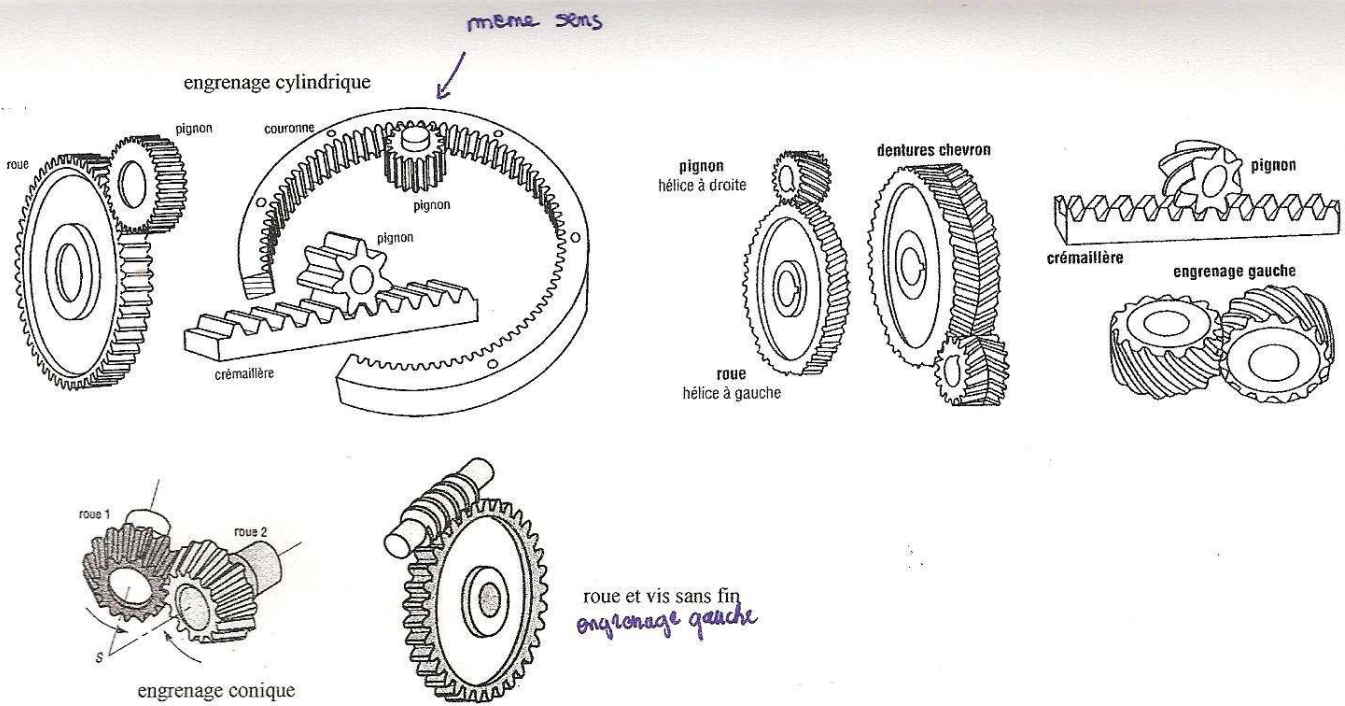
Il existe :

4 types d'engrenage :

- Cylindrique (axe parallèle)
- Conique (axe concourants sequent).
- Engrenage gauche (non concourant ni parallèle ; roue est vis sans fin).
- Pignon crémaillère (crémaillère roue à diamètre infini).

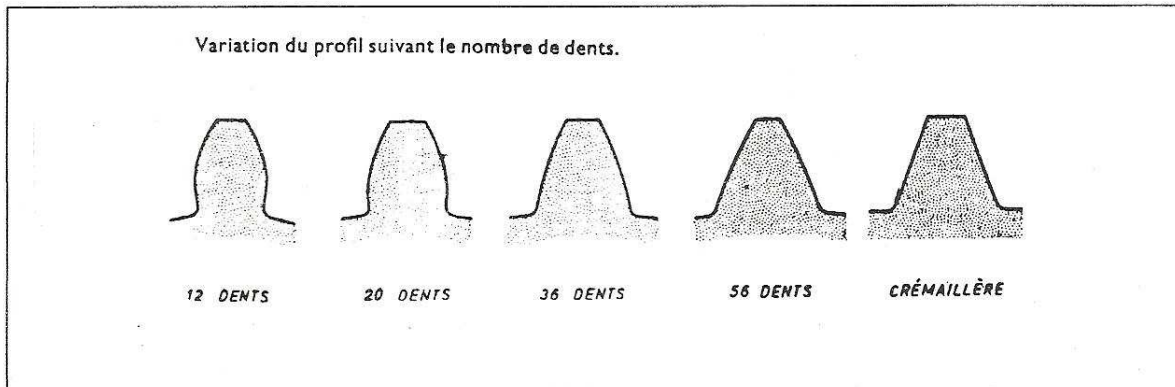
2 types de denture :

- ~~engrenage~~ hélicoïdale 
- droite 



III) Profil d'une dent :

Le profil d'une dent est un profil en **développante de cercle**.



Engrènement des dents – quelques caractéristiques :

Angle α : l'angle de pression. de pousé
d'une dent sur l'autre engénéral 20°

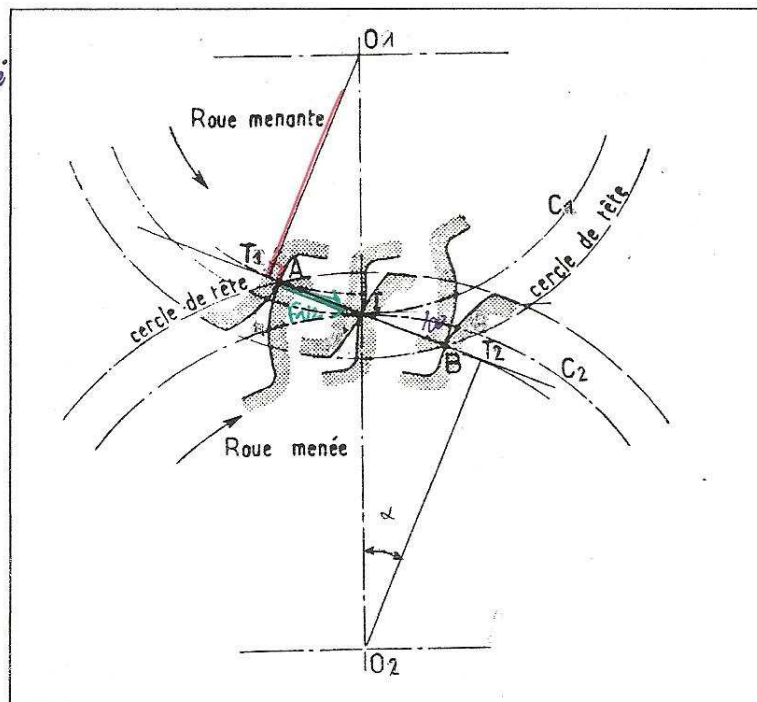
Droite ($T_1 T_2$) : droite de pousé
d'une dent sur l'autre

Point A : contact d'approche

Point B : contact de ~~passé~~ retrait

Distance [AB] : longueur de conduite

Point I : contact milieu



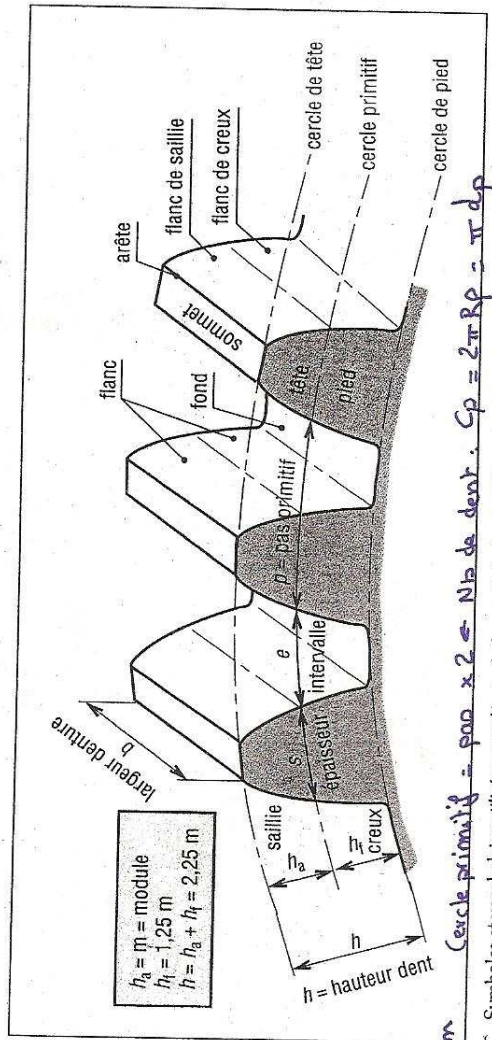
IV) Représentation graphique

EXEMPLES DE REPRÉSENTATION D'ENGRENAGES		
A - Dessin d'ensemble	B - Représentation simplifiée	C - Schéma

V) Caractéristiques dimensionnelles

A) Engrenages droits à denture droite

1. Définitions, terminologie et symboles normalisés ISO



Valeurs normalisées du module m (NF-ISO 541)

valeurs principales en mm		valeurs secondaires en mm							
0,06	0,25	1,25	5	20	0,07	0,28	1,125	5,5	22
0,08	0,30	1,5	6	25	0,09	0,35	1,375	7	28
0,10	0,40	2	8	32	0,11	0,45	1,75	9	36
0,12	(0,50)	2,5	10	40	0,14	(0,55)	2,75	11	45
0,15	(0,80)	3	12	50	0,18	(0,7)	3,5	14	55
0,20	1,0	4	16	60	0,22	(0,9)	4,5	18	70

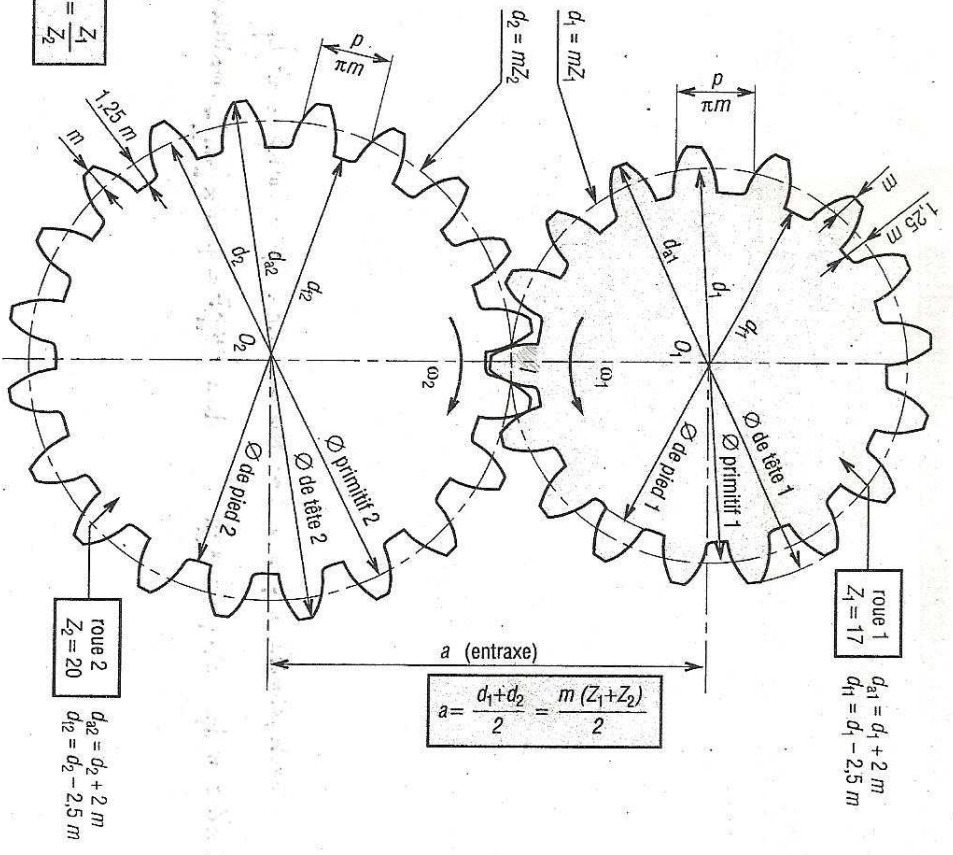
() entre parenthèses, ancienne normalisation

Pas primitif (p)

$$p = \frac{\text{circonférence primitive}}{\text{nombre de dents}} = \frac{\pi \cdot d}{Z} = \frac{\pi \cdot (mZ)}{Z} = \pi m = 3,14159 m$$

Caractéristiques et formules des engrainages droits à denture droite

caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
vitesse angulaire	ω	$\omega = \frac{\pi n}{30} \approx 0,1 n$ (unités : rad/s)
nombre de tours par minute	n	n_1 (roue 1) et n_2 (roue 2)
module	m	valeurs normalisées (tableau des modules)
pas primitif	p	$p = \pi m = 3,14159 m$ ($p = p_1 = p_2$)
nombre de dents	Z	Z_1 (roue 1) et Z_2 (roue 2)
rayon primitif	r	r_1 (roue 1) et r_2 (roue 2); $r = d/2$
diamètre primitif	d	$d_1 = mZ_1$ et $d_2 = mZ_2$
entraxe entre les 2 roues	a	$a = r_1 + r_2 = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2}$
largeur de la dent	b	$b = k \cdot m$ ($7 \leq k \leq 12$)
saillie	h_a	$h_a = m$
creux	h_f	$h_f = 1,25m$
hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25m$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2m$
rayon de tête	r_a	$r_a = r + m = d_a/2$
diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5m$
rayon de pied	r_f	$r_f = r - 1,25m = d_f/2$
épaisseur de la dent	s	$s_1 = e_2 = s_2 = e_1 = \pi m/2$ (avec jeu nul)
intervalle	e	$s_1 + e_1 = s_2 + e_2 = p$
angle de pression	α	valeur usuelle : $\alpha = 20^\circ$



$$\frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2}$$

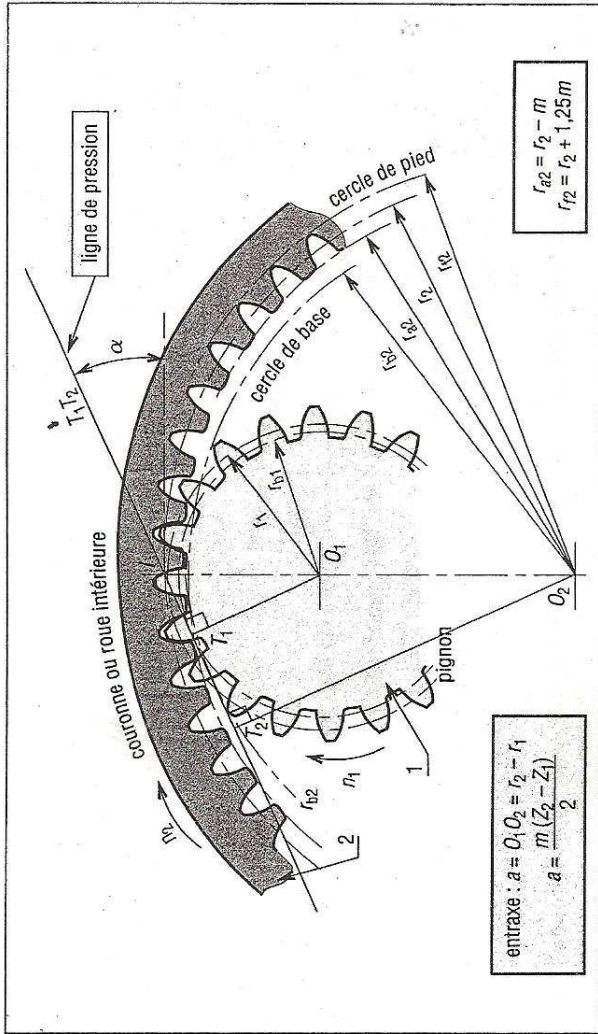
roue 1
 $Z_1 = 17$
 $d_{a1} = d_1 + 2m$
 $d_{f1} = d_1 - 2,5m$

roue 2
 $Z_2 = 20$
 $d_{a2} = d_2 + 2m$
 $d_{f2} = d_2 - 2,5m$

Entraxe, diamètres, pas et m module normalisé (denture normale), $d_{a1} = d_1 = 2ha_1 = mZ_1 + 2m = m(Z_1 + 2)$

$d_{f1} = d_1 - 2hf_1 = mZ_1 - 2(1,25m)$
 $= m(Z_1 - 2,5)$

Indices normalisés utilisés	
indice	observations
1	relatif au pignon
2	relatif à la roue
a	de tête
b	de base
f	de pied
n	réel (ou normal)
t	apparent (ou tangentiel)

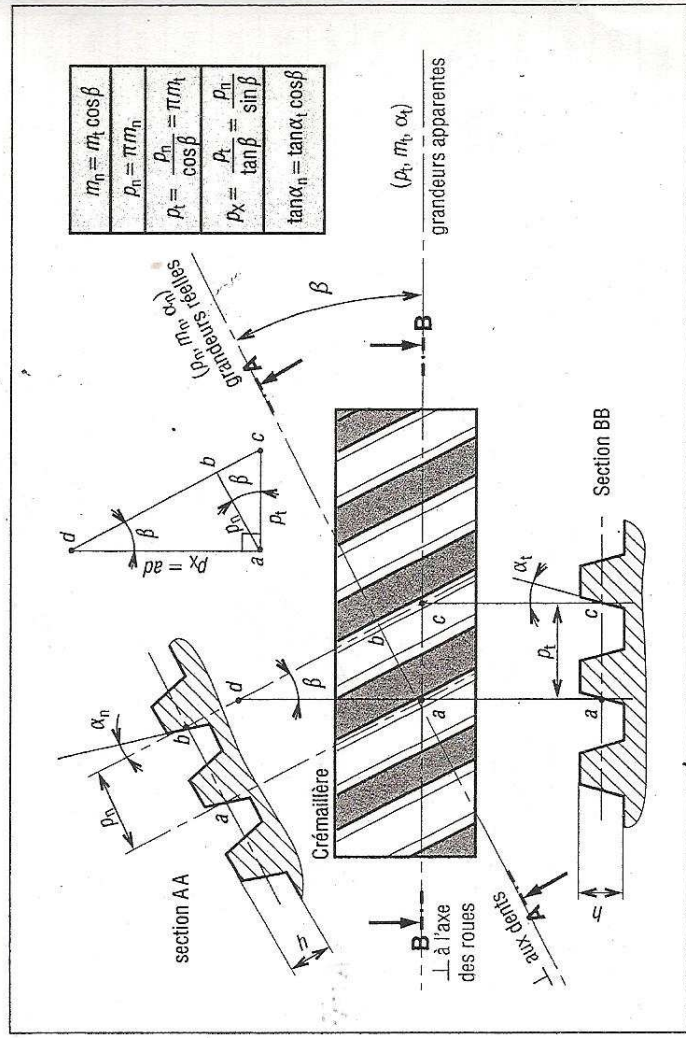


B) Engrenages droits à denture hélicoïdale

1. Comparaison entre dentures droites et dentures hélicoïdales

Avantages de la denture hélicoïdale : transmission plus souple, plus progressive et moins bruyante ; conduite plus grande : 2, 3 ou 4 couples de dents toujours en prise ; transmission d'efforts importants à vitesses élevées ; réalisation facile d'un entraxe imposé en faisant varier l'angle d'hélice.

Inconvénients : efforts supplémentaires dus à l'angle d'hélice (force axiale sur les paliers et augmentation des couples de flexion) et rendement un peu moins bon. L'utilisation est impossible sous forme de baladeur ; ces engrenages doivent toujours rester en prise.



Définition des principales caractéristiques à partir d'une crémaillère hélicoïdale.

Angle d'hélice β : il mesure l'inclinaison de la denture, ou de l'hélice, par rapport à l'axe de la roue ; les valeurs usuelles se situent entre 15° et 30°. De grandes valeurs de β amènent plus de douceur et de progressivité mais aussi des efforts axiaux plus grands. Un engrenage droit est un engrenage hélicoïdal avec $\beta = 0^\circ$.

Grandeurs réelles (ou normales) : p_n, m_n et $\alpha_n (=20^\circ)$. Elles sont normalisées et mesurées perpendiculairement à l'hélice.

Grandeurs apparentes (ou tangentielles) : p_t, m_t et α_t ne sont pas normalisées et dépendent de la valeur de β . Elles sont mesurées dans le plan de rotation de la roue (analogie avec une denture droite).

Entraxe a : il dépend de l'angle β . En faisant varier β on peut obtenir n'importe quel entraxe désiré, ce qui est particulièrement intéressant pour les trains d'engrenages.

$$a = \frac{m_t (Z_1 + Z_2)}{2} = \frac{m_n (Z_1 + Z_2)}{2 \cos \beta}$$

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$$

Principales caractéristiques des engrenages droits à denture hélicoïdale

caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
angle d'hélice	β	valeurs usuelles : $15^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$
sens de hélice		si la roue 1 a une hélice à droite, alors la roue 2 a une hélice à gauche
module réel	m_n	m_n est à choisir dans la série des modules normalisés
pas réel	p_n	$p_n = \pi \cdot m_n$
module apparent	m_t	$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$ (augmentation avec β)
pas apparent	p_t	$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta} = \pi \cdot m_t$
vitesse angulaire	ω	$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1 n$ (unités rad/s)
nombre de tours/minute	n	n_1 (roue 1) n_2 (roue 2)
nombre de dents	Z	Z_1 (roue 1) Z_2 (roue 2)
diamètre primitif	d	$d_1 = m_t Z_1$ et $d_2 = m_t Z_2$
entraxe entre 2 roues	a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t (Z_1 + Z_2)}{2} = \frac{m_n (Z_1 + Z_2)}{2 \cos \beta}$
saillie	h_a	$h_a = m_n$
creux	h_f	$h_f = 1,25 m_n$
hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25 m_n$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2 m_n$
diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5 m_n$
diamètre de base	d_b	$d_b = d \cos \alpha_t$
angle de pression réel	α_n	valeur la plus usuelle : $\alpha = 20^\circ$
angle de pression apparent	α_t	$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cos \beta$
pas de base réel	p_{bn}	$p_{bn} = p_n \cos \alpha_n$
pas de base apparent	p_{bt}	$p_{bt} = p_t \cos \alpha_t$
pas axial	p_x	$p_x = \frac{p_t}{\tan \beta} = \frac{p_n}{\sin \beta} = \frac{p_z}{Z}$
pas de l'hélice primitive	p_z	$p_z = \frac{\pi \cdot d}{\tan \beta} = Z \cdot p_x$
largeur de dent	b	$b > 2 \frac{\pi \cdot m_n}{\sin \beta} = 2 p_x$

AN 05

$d = \frac{m_n Z}{\cos \beta}$

Exercices

Exercice 1
Soit un engrenage droit à denture droite, pas primitif 6,28 mm (2π), angle de pression 20° , nombre de dents de la roue 80, rapport de transmission 0,25. Déterminer le nombre de dent du pignon, le module et l'entraxe a .

Exercice 2
Soit un engrenage droit à denture droite, $m = 3$, entraxe approximatif 150 mm, $n_2/n_1 = 0,25$. Déterminer les nombres de dents des deux roues.

Exercice 3
Un pignon de 17 dents (engrenage droit à denture droite) ayant un module de 4 mm tourne à 1 000 tr/min. La roue menée possède 68 dents. Calculer la vitesse de la roue, le pas et l'entraxe.

Exercice 4
Une roue droite à denture droite à 30 dents, un module de 4 mm, un angle de pression de 20° . Déterminer le diamètre primitif, le diamètre de base, la hauteur de la dent, les hauteurs de saillie et de creux.

Exercice 5
Un pignon d'engrenage droit à denture droite de 18 dents, de module 8 mm et d'angle de pression 20° engrene avec une roue de 30 dents. Déterminer le pas primitif, l'entraxe et pour chaque roue : d , d_b , h , h_a , h_f . Faire un dessin à l'échelle montrant une dent de chaque roue.

Exercice 6
Un pignon droit à denture hélicoïdale de 18 dents engrene avec une roue de 36 dents, l'angle d'hélice de la denture est de 30° (hélice à droite), l'angle de pression normal de 20° et le module normal de 4 mm. Déterminer le pas normal, le pas axial, les diamètres primitifs, l'angle de pression apparent, les hauteurs de saillie et de creux.

Exercice 7
Un engrenage droit à denture hélicoïdale se compose d'un pignon de 18 dents engrenant avec une roue de 54 dents. Le module normal est de 5 mm. Déterminer les valeurs possibles de l'entraxe (a) si l'angle d'inclinaison de la denture (β) varie entre 0° et 40° . Tracer le graphe $a = f(\beta)$

Exercice 8
Un engrenage droit à denture hélicoïdale se compose d'un pignon de 20 dents engrenant avec une roue de 60 dents. L'angle de pression normal est de 20° , le module normal de 4 mm et l'entraxe de 180 mm. Déterminer l'angle de l'hélice, le pas normal, le pas apparent, le pas axial, le module apparent et l'angle de pression apparent.

Exercice 9
Un engrenage conique à denture droite à un pignon de 18 dents engrenant avec une roue de 54 dents. Le module est de 4 mm, l'angle de pression de 20° et les deux arbres sont perpendiculaires. Déterminer le pas primitif, les angles des deux cônes primitifs, les diamètres primitifs, les longueurs des cônes primitifs.

Exercice 10
Une vis à trois filets a un diamètre primitif de 100 mm, un pas axial de 20 mm. Déterminer l'angle d'inclinaison β .

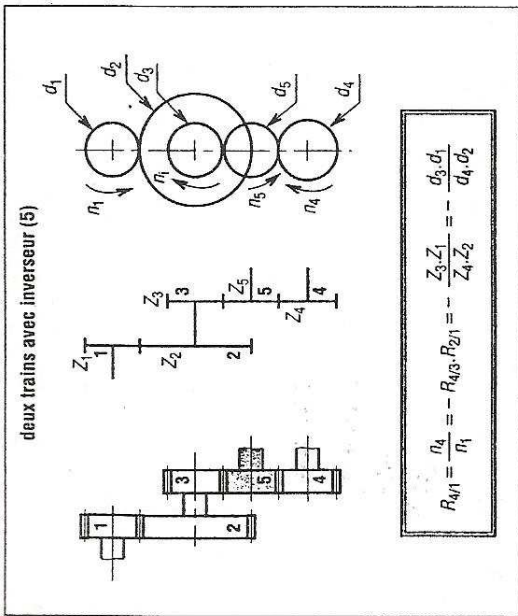
Exercice 11
Une vis à deux filets a un angle d'inclinaison β de 20° pour un pas de 30 mm. Déterminer le diamètre primitif de la vis.

Exemple 3 : intercalons une roue 5 de 20 dents dans le train de l'exemple 2.

$$\begin{aligned}
 R_{4/1} &= \frac{n_4}{n_1} = \frac{n_4}{n_5} \cdot \frac{n_5}{n_3} \cdot \frac{n_2}{n_1} \\
 &= \left(-\frac{Z_5}{Z_4} \right) \cdot \left(-\frac{Z_3}{Z_5} \right) \cdot \left(-\frac{Z_1}{Z_2} \right) \\
 &= (-1)^3 \cdot \frac{Z_5 \cdot Z_3 \cdot Z_1}{Z_4 \cdot Z_5 \cdot Z_2} \\
 &= -\frac{Z_3 \cdot Z_1}{Z_4 \cdot Z_2} \\
 &= -\frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

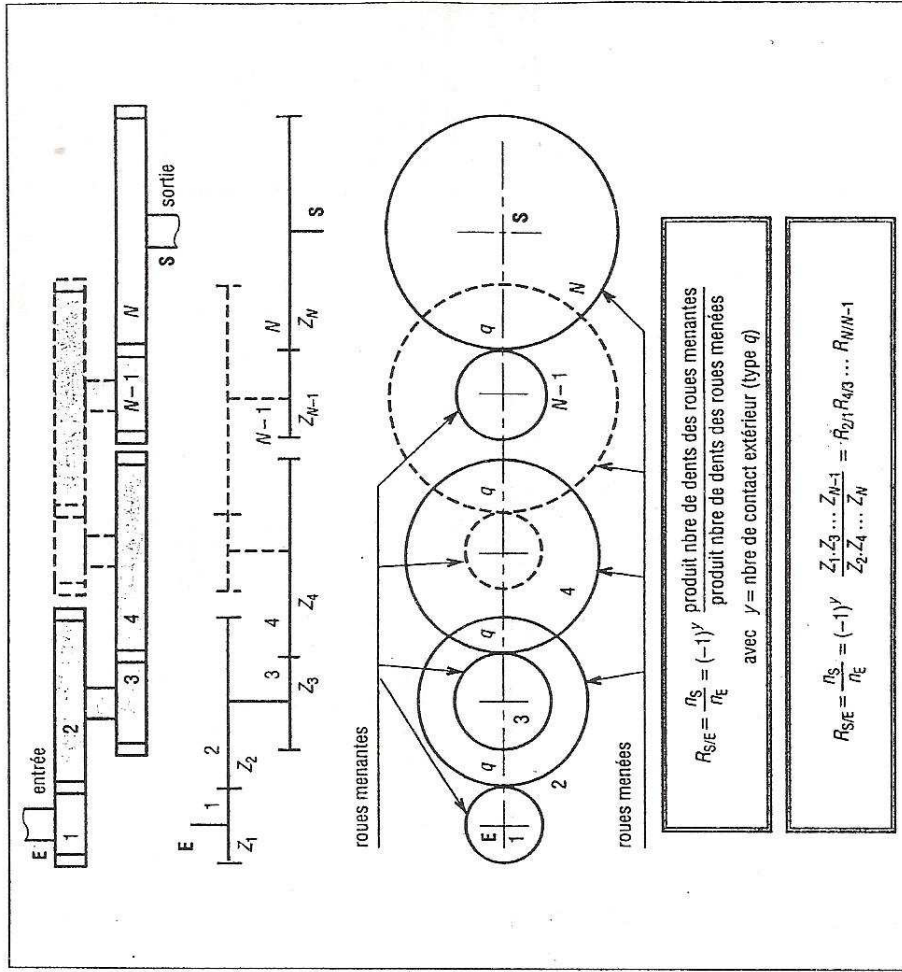
Z_5 est éliminé des calculs par simplification et n'intervient pas sur le résultat.

$$n_4 = n_1 \cdot R_{4/1} = -250 \text{ tr/min}$$



4. Train à deux engrenages avec roue d'inversion, repère 5.

4. Cas général : trains à N engrenages



5. Train à N roues, formule générale.

Les roues menantes sont les roues motrices de chaque couple de roues. Les roues menées sont les roues réceptrices.

y est le nombre total de contacts (q) entre roues extérieures. $(-1)^y$ permet de savoir s'il y a ou non inversion du sens de rotation entre entrée et sortie.

Exemple 4 : dans le cas d'un train à trois engrenages (roues extérieures) avec $Z_1 = 20$, $Z_2 = 40$, $Z_3 = 17$, $Z_4 = 51$, $Z_5 = 25$, $Z_6 = 125$ quelle est la vitesse de sortie si $n_1 = 1500 \text{ tr/min}$?

Les roues 1, 3 et 5 sont menantes et les roues 2, 4 et 6 menées. Il y a trois contacts extérieurs de type q ($y = 3$).

$$\begin{aligned}
 (-1)^y &= (-1)^3 = -1 \\
 R_{6/1} &= (-1)^3 \cdot \left[\frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_4 \cdot Z_6} \right] = -\frac{20 \times 17 \times 25}{40 \times 51 \times 125} = -\frac{1}{2 \times 3 \times 5} = -\frac{1}{30} \\
 n_6 &= n_1 \cdot R_{6/1} = 1500 \cdot (-1/30) = -50 \text{ tr/min}
 \end{aligned}$$